TECHNOLOGIA PRZEPŁYWOWYCH MASZYN WIRNIKOWYCH

Zbiór prac
VI Konferencji Naukowo-Technicznej
pod redakcją
prof. dr. inż. KAZIMIERZA OCZOSIA

Rzeszów, październik 1988

Joachim J. OTTE
Instytut Maszyn
i Urządzeń Energetycznych
Politechniki Śląskiej

SŁORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA OPTYMALIZACJI PARAMETRÓW PRZEPŁYWU W SZCZELINIE MIĘDZYWIEŃCOWEJ OSIOWEGO STOPNIA SPRĘŻAJĄCEGO I JEGO ROZWIĄZANIE

Sformułowano zadanie optymalizacji parametrów przepływu w szczelinie międzywieńcowej osiowego stopnia sprężającego. Opisano zastosowany model przepływu oraz model strat Jako zbiór zmiennych niezależnych przyjęto współczynniki rozkładu cyrkulacji prędkości. Przytoczono przykładowe rezultaty obliczeń optymalizacyjnych uzyskane przy zastosowaniu metody programowania Hooka-Jeevesa.

1. WSTĘP

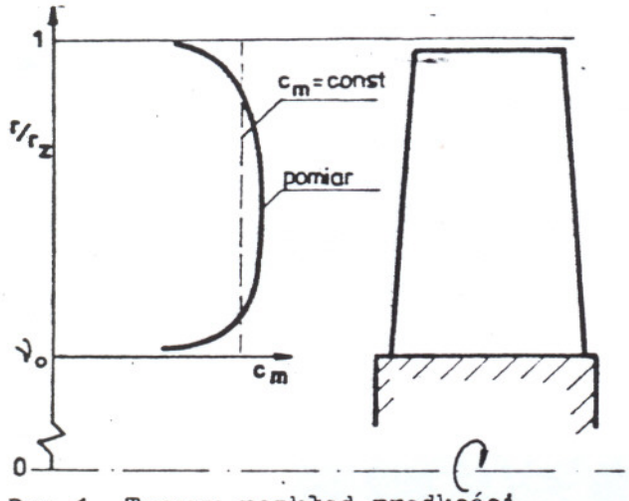
Trudności obliczeniowe, brak odpowiednich danych doświadczalnych i niemożność uwzględnienia wszystkich złożonych zjawisk przepływu złożyły się na to, że teoria i konstrukcja maszyn wirnikowych o przepływie osiowym rozwijała się bazując na koncepcji tzw. "modelu stopnia cylindrycznego". Dla takiego stopnia przyjmuje się, że przepływ odbywa się bez strat na cylindrycznych powierzchniach prądu. Parametry strumienia na wlocie do wieńca określa się z założenia potencjalności przepływu, stąd też prędkość osiową zakłada się jako stałą w całym przekroju pierścieniowym i co prowadzi następnie do zasady swobodnego wiru. Podstawowe zasady projektowania wynikające z modelu stopnia cylindrycznego to:

$$\boxed{c_m = \text{const}} \tag{1}$$

$$\boxed{rc_u = \text{const}} \tag{2}$$

Jednym z powodów dosyć chętnego stosowania przez konstruktorów tych zasad, oprócz prostoty obliczeń, było przeświadczenie o możności uzyskania w tym przypadku najlepszych sprawności.

Głównie lepkość powoduje, że przepływ rzeczywisty nie odpowiada rozpatrzonemu wyżej modelowi przepływu w stopniu cylindrycznym. W przepływie płynu lepkiego aż do obszaru strumienia głównego kształtują się tzw. profile prędkości pierścieniowych warstw przyściennych. Stąd więc zgodnie z zasadą ciągłości strumienia, w środkowej części pola przekroju muszą występować prędkości większe od wartości średniej. Szczególnie dla maszyn sprężających zagadnienia doboru poprawnego modelu przepływu ma duże znaczenie,



Rys.1 Typowy rozkład prędkości

gdyż zachodzące tu przepływy opóźniane są dosyć "czułe" na dokonany wybór geometrii układu łopatkowego mającej realizować założone rozkłady i powodować określone efekty energetyczne przepływu. W warunkach przepływu dyfuzorowego, typowy rozkład prędkości osiowej na wlocie do wieńca przedstawiono na rys. 1. Kolejnym czynnikiem, oprócz uwzględnienia struktury strumienia, jest dobór realizowanego rozkładu cyrkulacji prędkości wzdłuż wysokości łopatek. W tym momencie od razu narzuca się tu możliwość sformułowania odpowiedniego zagadnienia optymalizacyjnego.

2. MODEL MATEMATYCZNY PRZEPŁYWU W SZCZELINIE MIĘDZYWIEŃCOWEJ

Biorąc jako punkt wyjścia osiowo-symetryczny model przepływu płynu ściśliwego z uwzględnionymi w sposób energetyczny efektami lepkości płynu mamy do dyspozycji następujący zestaw równań [1]:

- równanie ruchu

$$-\bar{w} \times \mathrm{rot}\,\bar{w} + 2\bar{\omega} \times \bar{w} = T\nabla s - \nabla h + \bar{f} \tag{3}$$

- równanie ciągłości

$$\mathrm{div}\,(\rho \bar{w}) = 0 \tag{4}$$

- równanie stanu gazu

$$p = \rho R T \tag{5}$$

- równanie przemiany

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \frac{T_o}{T} = \sigma \tag{6}$$

- równanie energii

$$h^* = i + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = \mathrm{const}\,(\psi) \tag{7}$$

Po przekształceniach uzyskuje się następujące równanie przepływu w szczelinie międzywieńcowej (za wirnikiem)

$$\frac{1}{2}\frac{dc_m^2}{dr} + c_m^2\left[\frac{\cos\gamma}{r_k} + \frac{a^2\sin\gamma}{a^2-c_m^2}\left(\frac{\mathrm{tg}\,\gamma}{r_k} + \frac{\cos\gamma}{r}\frac{d(r\,\mathrm{tg}\,\gamma)}{dr} + \frac{c_u^2}{a^2}\frac{\sin\gamma}{r}\right)\right] +$$

$$+ \frac{r c_u - \omega r^2}{r^2} \frac{d(r c_u)}{dr} - \frac{dh^*}{dr} + \left(h^* - \frac{c_m^2}{2} - \frac{c_u^2}{2} + u c_u\right)\left(\frac{1}{c_p} \frac{ds_o}{dr} - \frac{d \ln \sigma}{dr}\right) = 0 \qquad (8)$$

gdzie:

$$a^2 = (\varkappa - 1)\left(h^* - \frac{c_m^2}{2} - \frac{c_u^2}{2} + u c_u\right)$$

Gęstość czynnika oblicza się z zależności

$$\varrho = \varrho_o^* \sigma^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}} \left(\frac{h^* - \frac{c_m^2}{2} - \frac{c_u^2}{2} + u c_u}{i_o^*}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \qquad (9)$$

Warunek początkowy niezbędny do rozwiązania powyższego równania różniczkowego (nieliniowego) wynika z konieczności spełnienia całkowego związku

$$\dot{m} = 2\pi \int_{r_w}^{r_z} \varrho\, c_m \cos\gamma\, r\, dr \qquad (10)$$

określającego zadany strumień masy.

3. MODEL STRAT ENERGII

Należy podkreślić, że rezultaty rozwiązania zadań optymalizacji w przestrzeniach międzywieńcowych w bardzo dużym stopniu zależą od rozkładu strat energii wzdłuż wysokości łopatek, co jednak wymaga znajomości geometrii profilów. Widoczna jest stąd konieczność iteracyjnego podchodzenia do problemu optymalizacji stopnia bądź też wieńca łopatkowego [1].

W niniejszym opracowaniu przyjęto, że rozkład strat energii wzdłuż promienia wynika z rozkładu strat profilowych.
Współczynnik strat profilowych dla palisady sprężającej przyjęto stosownie do korelacji Liebleina [2] oraz pracy [3]. Współczynnik ten jest określony następującą zależnością:

$$\zeta_1 = 2\left(\frac{\delta_2}{l}\right)\left(\frac{l}{t}\right) \frac{\cos^2 \vartheta_1}{\cos^3 \vartheta_2} \frac{2H}{3H-1}\left[1 - \left(\frac{\delta_2}{l}\right)\left(\frac{l}{t}\right) \frac{H}{\cos \vartheta_2}\right]^{-3} \qquad (11)$$

gdzie parametr kształtu warstwy przyściennej wynosi w przybliżeniu H = 1,08. Względną grubość straty pędu ujmuje wzór

$$\frac{\delta_2}{l} = \frac{0{,}0048}{1 - (2 - 1{,}4 \cos \vartheta_s) \ln D_s} \qquad (12)$$

Występująca tu ekwiwalentna liczba opóźnienia prędkości przepływu na wypukłej stronie profilu D_s opisana jest z kolei wyrażeniem

$$D_s = \frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_1}[1,12 + 0,61 \left(\frac{t}{l}\right) \frac{tg\, \vartheta_1 - tg\, \vartheta_2}{1 + tg^2 \vartheta_1}] \tag{13}$$

Do wyznaczenia współczynnika strat niezbędne jest jeszcze określenie podziałki względnej t/l. Wykorzystano do tego celu związek określający obciążenie aerodynamiczne palisady profilów

$$c_r \frac{l}{t} = 2\,(tg\, \vartheta_1 - tg\, \vartheta_2) \cos \vartheta_s \tag{14}$$

oraz propozycje Traupela doboru współczynników cyrkulacji

$$c_r = 0,8 + 0,002\,(\vartheta_1 - \vartheta_2) + 1,435.10^{-2}\,(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 \tag{15}$$

Ze względu na to, że kąt napływu ϑ_1 określony jest przez parametry strumienia na wlocie do wieńca (wirnikowego), zaś kąt $\vartheta_2 = f\,(r, c_m, c_u)$, więc ostatecznie w przedstawionym modelu strat zachodzi relacja

$$\zeta_1 = f\,(r,\ c_m,\ c_u) \tag{16}$$

4. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU OPTYMALIZACJI

Problem optymalizacji parametrów przepływu w szczelinie międzywieńcowej stopnia sprężającego sformułowany zostanie przy następujących warunkach:

Założenia

- matematyczny model przepływu (równania 3-10),
- model strat przepływu (równania 11-16).

Dane

- dana jest geometria kanału przepływowego w przekroju merydionalnym,
- znane są charakterystyki geometryczne linii prądu (γ, r_k),
- znane są parametry przepływu w przekroju wlotowym do stopnia,
- znane są własności termodynamiczne czynnika ($\varkappa$, R, c_p),
- dana jest prędkość kątowa ω,
- dany jest strumień masy $\dot{m}$,
- żądany przyrost entalpii Δi_s.

Opis kinematyki

- rozkłady promieniowe cyrkulacji prędkości (za wirnikiem) opisane są równaniem

$$rc_u = \sum_0^n a_n r^n \tag{17}$$

Funkcja celu - kryterium optymalizacji

- jako funkcję celu wybrano sprawność zdefiniowaną następująco:

$$\eta = \frac{\Delta i_{s1-2}}{\Delta i_{1-2}} = \frac{\int_{r_w}^{r_z} (l_u - \Delta h_{strat})\, \varrho\, c_m\, 2\pi r\, dr}{\int_{r_w}^{r_z} l_u\, \varrho\, c_m\, 2\pi r\, dr} \tag{18}$$

gdzie jednostkowa praca obwodowa wyrażona jest związkiem

$$l_u = \omega[r\, c_u - (rc_u)_1] \tag{19}$$

straty zaś, w tym przypadku profilowe, zależnością

$$\Delta h_{strat} = \zeta_1 \frac{w_1^2}{2} = \zeta_1 (r, c_m, c_u) \frac{w_1^2}{2} \tag{20}$$

Ograniczenia

- związki opisujące przepływ w szczelinie międzywieńcowej, są to równania (8) i (9),
- związek wynikający z zadanego strumienia masy (równanie 10),
- związek wynikający z żądanego przyrostu entalpii (bądź też przyrostu ciśnienia)

$$\Delta i_{s1-2} = \int_{r_w}^{r_z} (l_u - \Delta h_{strat})\, \rho\, c_m\, 2\pi r\, dr \tag{21}$$

Zbiór zmiennych decyzyjnych

- zbiór zmiennych decyzyjnych tworzą parametry równania (17)

$$X = \{a_o, a_1, \ldots, a_n\} \tag{22}$$

gdzie liczbę n się zakłada.

Sformułowanie zagadnienia optymalizacji

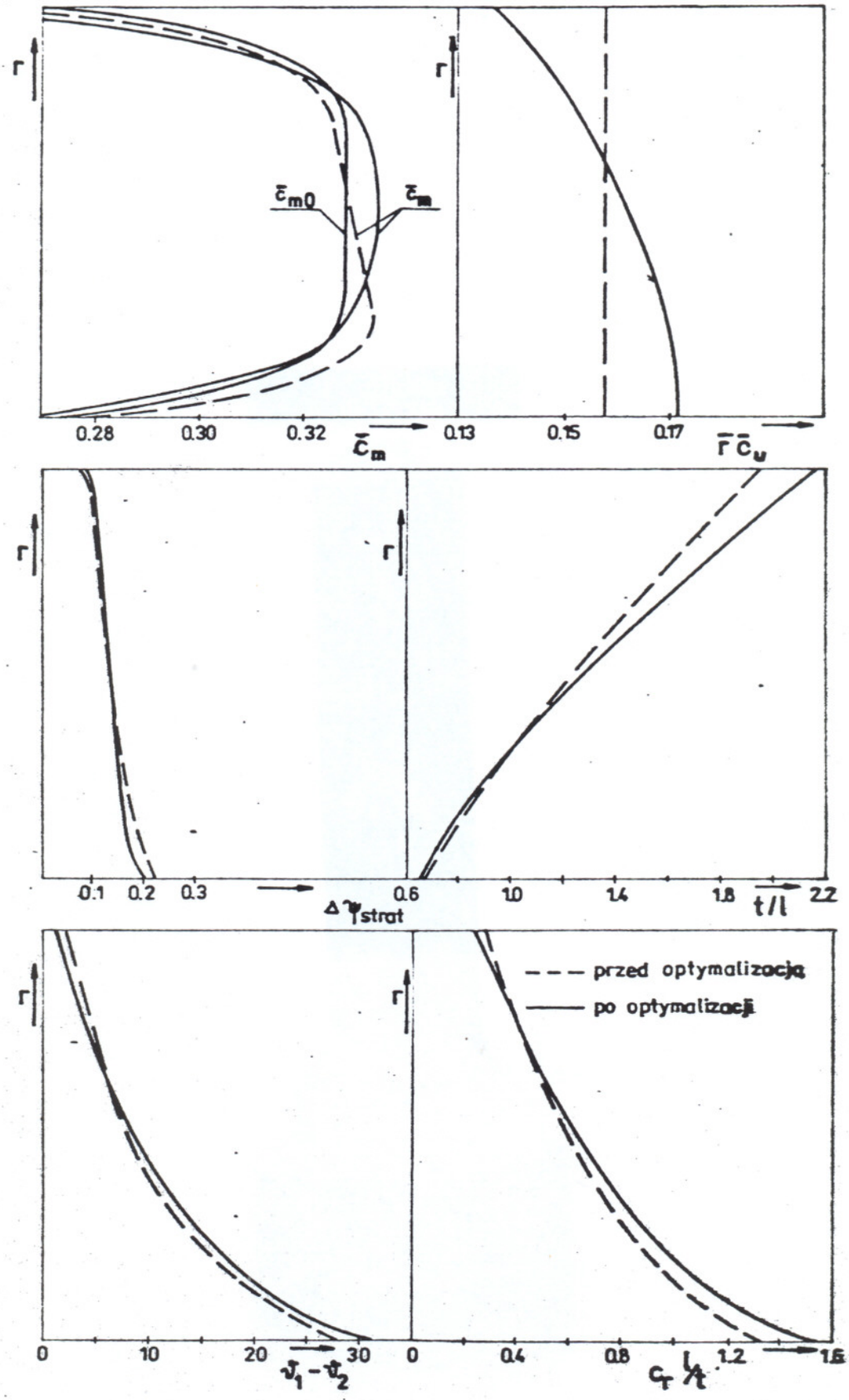
- należy tak dobrać parametry zbioru zmiennych decyzyjnych X, aby w obszarze dopuszczalnym Ω zachodziło

$$\eta(X_{opt}) = \max_{\Omega} \eta(X) \tag{23}$$

5. METODA ROZWIĄZANIA ZADANIA OPTYMALIZUJĄCEGO

Do rozwiązania sformułowanego wyżej zadania optymalizacji parametrów przepływu niezbędne jest zastosowanie metod programowania nieliniowego, przy czym, ze względu na charakter występujących tu ograniczeń funkcyjnych, predystynowane są tu tzw. metody bezgradientowe.

W niniejszej pracy wykorzystano i zaprogramowano w tym celu metodę Hooka-Jeevesa [4]. Jest to w zasadzie metoda iteracyjna polegająca na tym, że w kolejnej iteracji występują dwa sposoby poruszania się: próbny oraz roboczy. Pierwszy sposób służy do zbadania lokalnego zachowania się funkcji w niewielkim wybranym obszarze przez wykonywanie kroków próbnych wzdłuż wszystkich kierunków ortogonalnej bazy. Drugi - roboczy polega na przejściu w ściśle zdeterminowany sposób do następnego obszaru, w którym powtarzany jest pierwszy etap. W zależności od powodzenia próby, zmieniana jest również długość kroku.



Rys.2 Rozkłady parametrów w szczelinie międzywieńcowej za wirnikiem dla przypadku przed i po optymalizacji

6. PRZYKŁAD ROZWIĄZANIA

Wykonano obliczenia optymalizacyjne rozkładu parametrów w szczelinie międzywieńcowej za wirnikiem stopnia sprężającego o stosunku średnic ν_o = = 0,5, Założone parametry projektowe stopnia określono bezwymiarowymi liczbami wydajności $\varphi^* = 0,24$ i ciśnienia $\psi = 0,265$. W opisie kinematyki przepływu (równanie (17)) przyjęto pięć zmiennych niezależnych (n = 4). Otrzymane w rezultacie optymalizacji rozkłady poszczególnych wielkości, przedstawiono na rys. 2. Dla porównania wykreślono również rozkłady dla klasycznego rozkładu (2) rc_u = const.

7. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiona w pracy próba optymalizacji parametrów kinematycznych w szczelinie międzywieńcowej wykazała celowość tego rodzaju postępowania, jakkolwiek otrzymany tutaj wzrost sprawności (około 1 %) jest stosunkowo nieduży. Dalsze prace powinny koncentrować się na doborze odpowiedniego algorytmu strat i poszerzeniu zadania na cały układ przepływowy tak, jak to zaproponowano w pracy [5].

LITERATURA

1. OTTE J.J.: Opracowanie rozwiązania odwrotnego zagadnienia przepływu płynu (zadanie konstrukcyjne) przez wieńce łopatkowe maszyn wirnikowych, etap I. Praca CPBP nr 02.18 zad. 3.1.3.5, Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Śląskiej, Gliwice 1987.
2. LIEBLEIN S.: Loss and Stall Analysis of Compressor Cascades. Trans.ASME, 1959, Nr 4.
3. IKUI T. i inni: Researches on the Two-Dimensional Retardes Cascade, Part 1-4. Bulletin of the JSME, vol. 15, 1972.
4. FINDEISEN W. i inni: Metody obliczeniowe optymalizacji, Warszawa 1973.
5. CHMIELNIAK T., OTTE J.J.: Mathematical formulation of an optimum design problem of stages in turbomachines. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Cieplne Maszyny Przepływowe (1987) z. 94.